

Procesul decizional cu obiective multiple. Luarea deciziei pe baza teoriei utilității



13.1. Noțiuni teoretice

Problemele care se pretează rezolvării pe baza teoriei utilității sunt prezentate de obicei sub forma unui tabel similar tabelului de rezultate utilizat la luarea deciziilor în condiții de risc și incertitudine. Deosebirea este însă că, deși dacă pe linii există tot **alternative decizionale**, numite și **variante** (Tabelul 13.1) de obicei, fiecare stare a naturii este analizată prin prisma a mai multor consecințe sau criterii, numite **obiective multiple**, care, de cele mai multe ori, sunt caracterizate prin valori dimensionale foarte diferite între ele, ca de exemplu lei, bucăți, ore manoperă, durată, etc.. Mai mult, fiecărei consecințe i se poate acorda un coeficient de importanță k_j . Acest lucru face imposibilă aplicarea directă a metodelor specifice proceselor decizionale în condiții de risc și incertitudine. Pentru a se rezolva această problemă, se introduce noțiunea de utilitate. Conceptul de utilitate a fost definit axiomatic de von Neumann și Morgenstern în anul 1947. Utilitatea reprezintă valoarea convențională (de regulă normată în scara 0 - 1) acordată de decident unei variante dintre cele studiate printr-unul din criteriile luate în considerare.

Tabelul 13.1

| Variante | Consecințe | | | |
|----------|---------------------------------|-------------------------------------|----------|--------------------------------|
| | X_1 (Ex.: cost) ([lei]) | X_2 (Ex.:Cantitate) ([buc]) | ... | X_m (Ex.:durată) ([h]) |
| V_1 | C_{11} | C_{12} | ... | C_{1m} |
| V_2 | C_{21} | C_{22} | ... | C_{2m} |
| ... | ... | ... | C_{ij} | ... |
| V_n | C_{n1} | C_{n2} | ... | C_{nm} |
| k_j | k_1 | k_2 | | k_m |

Scopul acestei probleme este de a găsi varianta care îndeplinește cel mai bine consecințele existente. Pentru aceasta, valorile c_{ij} sunt transformate în utilități. Normând utilitățile în intervalul 0 - 1, ele pot fi interpretate ca probabilități subiective de apariție a variantelor propuse de proces tehnologic.

Pentru calculul utilităților se procedează astfel:

1. Se stabilesc utilitățile valorilor extreme. Dacă este o problemă de minim pentru un anumit criteriu, sau există o dependență indirectă sau inversă între variantă și consecință, atunci valoarea maximă 1 va fi atribuită celor mai mici valori, ca de exemplu pentru cost și respectiv durată. Similar valorile minime 0 sunt atribuite valorilor maxime ale costurilor și duratei. Dacă este o problemă de maxim, sau există o relație de dependență directă între valoarea variabilei și consecință, atunci valorii maxime a consecinței I se acordă valoarea 1 și valorii celei mai mici valoarea 0.
2. Pentru celelalte consecințe, utilitățile se calculează proporțional sau invers proporțional cu consecința respectivă în funcție de tipul problemei de maxim sau minim. Astfel relațiile de calcul sunt:

$$U_{ij} = (x_{ij} - x_{\min,j}) / (x_{\max,j} - x_{\min,j}) \quad \begin{array}{l} \text{Dacă utilitățile se acordă} \\ \text{direct proporțional cu} \\ \text{consecințele} \end{array} \quad (13.1)$$

$$U_{ij} = (x_{\max,j} - x_{ij}) / (x_{\max,j} - x_{\min,j}) \quad \begin{array}{l} \text{Dacă utilitățile se acordă} \\ \text{invers proporțional cu} \\ \text{consecințele} \end{array} \quad (13.2)$$

Observație:

Valorile min și max corespund cu indicele j (adică min sau max pe coloană).

În situația în care problema prezintă mai multe stări ale naturii, atunci se calculează utilitățile pentru fiecare stare a naturii în parte și, prin intermediul coeficienților de importanță k_j , se calculează media ponderată a criteriilor specifice fiecărei stări a naturii, după care, de la caz la caz, se aplică procedeele specifice luării deciziilor în condiții de risc sau incertitudine.



13.2. Problemă rezolvată

O firmă dorește să lanseze un produs pe piață. Lansarea se poate realiza prin trei strategii de marketing. Fiecare strategie (variantă) este caracterizată de un venit net și costuri. În condiții normale aceste valori sunt cele din tabelul de mai jos. Se mai știe că, dacă situația economică este mai puțin bună,

veniturile pot înregistra o reducere cu 30% iar costurile cu 10%. Dacă însă situația economică este favorabilă se pot înregistra venituri cu 10% mai mari, dar și costuri cu 5% mai mari decât cele normale. Știind că firma acordă veniturilor 40% din importanță și costurilor 60%, să se stabilească decizia ce trebuie luată în condiții de incertitudine. Dar dacă se știe că probabilitățile de apariție ale celor trei stări sunt: varianta pesimistă = 30%, varianta normală = 50% și varianta favorabilă = 20% care este varianta ce trebuie aleasă? Se mai cunoaște în problemă coeficientul de optimism $\alpha=0,7$.

| Varianta | Normală | |
|----------|-----------|---------|
| | Venit net | Costuri |
| 1 | 91.5 | 71.9 |
| 2 | 75.0 | 52.7 |
| 3 | 65.4 | 43.8 |



13.2.1. Rezolvarea manuală

Primul pas pentru rezolvarea acestei probleme este completarea matricii decizionale. Se calculează valorile costurilor, respectiv veniturilor nete pentru situațiile economice favorabile și nefavorabile. Astfel, valorile din tabelul de mai sus sunt crescute sau diminuate cu următoarele valori:

| | | |
|--------------------|--------|--------|
| Varianta pesimistă | -30.0% | -10.0% |
| Varianta optimistă | 10.0% | 5.0% |

După efectuarea calculelor vom obține următoarele rezultate:

| Varianta | Pesimistă | | Normală | | Optimistă | |
|----------|-----------|---------|-----------|---------|-----------|---------|
| | Venit net | Costuri | Venit net | Costuri | Venit net | Costuri |
| 1 | 64.0 | 64.7 | 91.5 | 71.9 | 100.6 | 75.5 |
| 2 | 52.5 | 36.9 | 75.0 | 52.7 | 82.5 | 55.3 |
| 3 | 45.8 | 30.7 | 65.4 | 43.8 | 71.9 | 46.0 |

Deoarece problema prezintă mai multe stări ale naturii, se vor calcula utilități pentru fiecare stare. În cazul venitului net, valoarea cea mai mare este de dorit, așadar se va acorda utilitatea 1 pentru valoarea maximă și valoarea 0 pentru cea mai mică valoare a venitului net – pentru fiecare stare a naturii. Pentru costuri, situația este inversă. Se va acorda utilitatea 1 pentru cele mai mici costuri, și valoarea 0 pentru costurile cele mai mari. Valorile utilităților pentru celelalte variante se vor calcula prin interpolare, folosind formulele (13.1) și (13.2).

Pentru o mai bună înțelegere a modului de acordare a utilităților vom exemplifica modul de calcul al coeficientului de utilitate. Se caută valorile maxime și minime din tabel și se obțin următoarele rezultate:

| Venit | Costuri |
|-------|---------|
| 45,8 | 30,7 |
| 100,6 | 75,5 |

Se va acorda utilitatea 1 pentru valoarea 100,6 și 0 pentru 45,8, în cazul veniturilor (proportionalitate directă), iar pentru costuri se acordă utilitate 1 pentru valoarea 30,7 și 0 pentru 75,5 (proportionalitate inversă).

Utilitatea pentru valoarea venitului net pentru varianta 1, în cazul pesimist se calculează astfel:

$$U_{ij} = (x_{ij} - x_{\min,j}) / (x_{\max,j} - x_{\min,j})$$

$$U = (64,0 - 45,8) / (100,6 - 45,8) = 0,33$$

Analog se calculează utilitățile și pentru celălalte valori și se va obține următorul tabel:

| Varianta | Utilități | | | | | |
|----------|-----------|---------|-----------|---------|-----------|---------|
| | Pesimistă | | Normală | | Optimistă | |
| | Venit net | Costuri | Venit net | Costuri | Venit net | Costuri |
| 1 | 0,33 | 0,24 | 0,83 | 0,08 | 1,00 | 0,00 |
| 2 | 0,12 | 0,86 | 0,53 | 0,51 | 0,67 | 0,27 |
| 3 | 0,00 | 1,00 | 0,36 | 0,71 | 0,48 | 0,39 |

În enunțul problemei este specificat că veniturilor li se acordă 40% din importanță, iar costurilor 60%. Pornind de la această premisă, se calculează matricea sumelor. Spre exemplu, valoarea pentru varianta 1 în situația pesimistă se calculează înmulțind valoarea utilității venitului cu coeficientul de importanță și adunând produsul dintre valoarea utilității costului și coeficientul de importanță:

$$S = 0,33 * 0,4 + 0,24 * 0,6 = 0,277$$

Analog se fac calculele și pentru celălalte variante decizionale și se va obține următorul tabel:

| Varianta | Pesimistă | Normală | Optimistă |
|-----------------------|-----------|---------|-----------|
| 1 | 0,277 | 0,381 | 0,400 |
| 2 | 0,566 | 0,519 | 0,428 |
| 3 | 0,600 | 0,567 | 0,425 |
| Probabilitatea stării | 0,300 | 0,500 | 0,200 |

Din acest punct, problema se rezolvă prin metodele învățate în aplicația anterioară, respectiv:

- **Criteriul MAXIMAX** (Beneficiului maxim):

| Varianta | Utilitatea maximă |
|----------|-------------------|
| 1 | 0,400 |
| 2 | 0,566 |
| 3 | 0,600 |

<-Varianta optimă

- **Criteriul MAXIMIN** (Prudenței maxime):

| Varianta | Utilitatea minimă |
|----------|-------------------|
| 1 | 0,277 |
| 2 | 0,428 |
| 3 | 0,425 |

<-Varianta optimă

- **Criteriul lui Hurwitz** (Criteriul optimismului cunoscut):
Cunoscând valoarea coeficientul de optimism ca fiind 0,7, avem:

| Varianta | Utilitatea corijata |
|----------|---------------------|
| 1 | 0,363 |
| 2 | 0,525 |
| 3 | 0,548 |

<-Varianta optimă

Valorile din tabelul de mai sus au fost calculate înmulțind valoarea maximă de pe linie din matricea sumelor cu coeficientul de optimism, și adunând produsul dintre valorarea minimă de pe linie din matricea sumelor și diferența dintre 1 și coeficientul de optimism. Pentru varianta 1 valoarea 0,363 a fost obținută astfel:

$$U_{c1}=0,7*0,400+(1-0,7)*0,277$$

- **Criteriul lui SAVAGE** (Criteriul regretului minim):
Se calculează inițial matricea regretelor:

| Varianta | Pesimistă | Normală | Optimistă |
|----------|-----------|---------|-----------|
| 1 | 0,323 | 0,186 | 0,028 |
| 2 | 0,034 | 0,048 | 0,000 |
| 3 | 0,000 | 0,000 | 0,003 |

Matricea regretelor maxime este:

| Varianta | Regret maxim |
|----------|--------------|
| 1 | 0,323 |
| 2 | 0,048 |
| 3 | 0,003 |

<-Varianta optimă

- **Luarea deciziei în condiții de risc**

Se folosește matricea sumelor calculată anterior și probabilitățile de apariție a celor 3 stări:

| Varianta | Pesimistă | Normală | Optimistă |
|-----------------------|-----------|---------|-----------|
| 1 | 0,277 | 0,381 | 0,400 |
| 2 | 0,566 | 0,519 | 0,428 |
| 3 | 0,600 | 0,567 | 0,425 |
| Probabilitatea stării | 0,300 | 0,500 | 0,200 |

Se însumează pentru fiecare variantă produsurile dintre valorile fiecărei stări și probabilitățile de apariție ale stărilor respective. Astfel pentru varianta 1, utilitatea se va calcula astfel:

$$U=0,277*0,300+0,381*0,500+0,400*0,200$$

Analog se procedează și pentru celălalte variante și se va obține următorul tabel:

| Varianta | Utilitatea |
|----------|------------|
| 1 | 0,163 |
| 2 | 0,255 |
| 3 | 0,265 |

<-Varianta optimă



13.2.2. Rezolvarea cu Microsoft Excel

Problema prezentată se poate rezolva și cu ajutorul programului Microsoft Excel. Se va folosi foaia de calcul prezentată în figura 13.1:

Microsoft Excel - Decizii folosind utilitati.xls

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

M40

Selectia variantelor tehnologice utilizand metodele teoriei deciziei in conditii de incertitudine si de risc

Datele de intrare

| Varianta | Normala | |
|--------------------|-----------|---------|
| | Venit net | Costuri |
| 1 | 91,5 | 71,9 |
| 2 | 75,0 | 52,7 |
| 3 | 65,4 | 43,8 |
| Varianta pesimista | -30,0% | -10,0% |
| Varianta optimista | 10,0% | 5,0% |

Matricea decizionala

| Varianta | Pesimista | | Normala | | Optimista | |
|----------|-----------|---------|-----------|---------|-----------|---------|
| | Venit net | Costuri | Venit net | Costuri | Venit net | Costuri |
| 1 | 64,0 | 64,7 | 91,5 | 71,9 | 100,6 | 75,5 |
| 2 | 52,5 | 36,9 | 75,0 | 52,7 | 82,5 | 55,3 |
| 3 | 45,8 | 30,7 | 65,4 | 43,8 | 71,9 | 46,0 |
| Min | 45,8 | 30,7 | 65,4 | 43,8 | 71,9 | 46,0 |
| Max | 64,0 | 64,7 | 91,5 | 71,9 | 100,6 | 75,5 |

| Venit | Costuri |
|-------|---------|
| 45,8 | 30,7 |
| 100,6 | 75,5 |

Proportionalitate: directa, inversa

Matricea utilitatilor

| Varianta | Utilitati | | |
|----------|-----------|---------|-----------|
| | Pesimista | Normala | Optimista |
| 1 | 0,33 | 0,24 | 0,83 |
| 2 | 0,12 | 0,86 | 0,51 |
| 3 | 0,00 | 1,00 | 0,36 |

Coefficientii de importanta: 0,4, 0,6

Fig. 13.1 Foaia de calcul Excel pentru rezolvarea problemei

După cum se poate observa și în figură, datele de intrare ale problemei se introduc de la tastatură în prima secțiune a foii de calcul (Celulele D7:E9). Enunțul problemei spune că dacă situația economică este mai puțin bună, veniturile pot înregistra o reducere cu 30% iar costurile cu 10%. Dacă însă situația economică este favorabilă se pot înregistra venituri cu 10% mai mari, dar și costuri cu 5% mai mari decât cele normale (Celulele D11:E12). Pornind de la aceste informații se vor calcula valorile venitului net și ale costurilor pentru variantele pesimiste și optimiste. Valorile rămân neschimbate pentru varianta normală. Formula folosită pentru celula B19== $(1+\$D\$11)*D7$, se va copia și în celulele B20 și B21. Formula pentru C19== $(1+\$E\$11)*E7$, se copiază în celulele C20 și C21. Analog se procedează și pentru varianta optimistă, pentru celula F19 folosindu-se formula $F19=(1+\$D\$12)*D7$, iar

pentru $E19=(1+E\$12)*E7$. Se obține astfel matricea decizională din figura 13.1.

Se observă că în celulele B23:G24 se trec valorile minime și maxime de pe fiecare coloană (utilizând funcțiile MIN, respectiv MAX ale Microsoft Excel). În partea dreaptă a tabelului se trec cea mai mică și cea mai mare valoare din tot tabelul pentru venituri, respectiv costuri. Formula folosită în celula I23=MIN(B23;D23;F23) arată modul de aflare a valorii minime a veniturilor. Analog se găsesc și celălalte valori.

Utilitățile se calculează folosind formulele (13.1) și (13.2).

În celulele D26 și E26 se observă notațiile “directă” și “inversă”, notații care arată dacă utilitățile se acordă direct sau invers proporțional cu consecințele. Aceste notații se vor folosi pentru calcularea matricii utilităților. În celula B32 vom avea următoarea formulă:

$$B32=IF(\$D\$26="directa";(B19-I\$23)/(I\$24-I\$23);(I\$24-B19)/(I\$24-I\$23)).$$

Această formulă se copiază pentru toate celulele aferente coloanelor veniturilor nete. Pentru calcularea utilităților pentru valorile costurilor vom exemplifica cu formula pentru celula C32:

$$C32=IF(\$E\$26="directa";(C19-J\$23)/(J\$24-J\$23);(J\$24-C19)/(J\$24-J\$23)).$$

În celulele D36, respectiv E36 sunt trecuți coeficienții de importanță pentru venituri, respectiv costuri. Așadar, celula D36 va conține valoarea 0,4 și celula E36 conține valoarea 0,6. Aceste informații sunt date în enunțul problemei.

Matricea sumelor (Fig. 13.2) se calculează înmulțind valoarea utilității venitului cu coeficientul de importanță și adunând produsul dintre valoarea utilității costului și coeficientul de importanță. Astfel, pentru calcularea valorii din celula B41 se va folosi următoarea formulă:

$$B41=\$D\$36*B32+\$E\$36*C32$$

Copiind această formulă în celelalte celule, se obține matricea sumelor, din figura de mai jos (Fig.13.2):

Având valorile din matricea sumelor se pot aplica

| | A | B | C | D | E | F | G |
|----|-------------------------|------------------|----------------|------------------|---|---|---|
| 38 | Matricea sumelor | | | | | | |
| 40 | Varianta | Pesimista | Normala | Optimista | | | |
| 41 | 1 | 0,277 | 0,381 | 0,400 | | | |
| 42 | 2 | 0,566 | 0,519 | 0,428 | | | |
| 43 | 3 | 0,600 | 0,567 | 0,425 | | | |
| 44 | Probabilit | 0,300 | 0,500 | 0,200 | | | |
| 45 | stari | | | | | | |

Fig. 13.2 Matricea sumelor

cunoștințele dobândite în capitolul anterior pentru luarea deciziilor. În figura 13.3 se prezintă luarea deciziei în condiții de incertitudine:

Pentru luarea deciziei folosind **criteriul MAXIMAX**, în celulele D52:D54 se trec valorile maxime de pe fiecare linie a matricii sumelor. Formula folosită în Excel pentru celula D52=MAX(B41:G41), se copiază și în celulele D53:D54. Pentru identificarea variantei optime, în celula F52 se introduce următoarea formulă:

F52 =IF(D52=MAX(D52:D54);"<-Varianta optima";"")

Formula se traduce astfel: dacă valoarea din celula D52 coincide cu maximumul dintre valorile celulelor D52:D54, atunci afișează "<-Varianta optima", în caz

| Microsoft Excel - Decizii folosind utilitati.xls | | | | | | | | |
|---|--|---------------------------------|-----------------|----------------------------|---|-------------------|---|--|
| File Edit View Insert Format Tools Data Window Help | | | | | | | | |
| I50 &x | | | | | | | | |
| | A | B | C | D | E | F | G | |
| 47 | Decizii in conditii de incertitudine | | | | | | | |
| 48 | | | | | | | | |
| 49 | Criteriul MAXIMAX (Beneficiului maxim) | | | | | | | |
| 50 | | | | | | | | |
| 51 | | | Varianta | Utilitatea maxima | | | | |
| 52 | | | 1 | 0,400 | | | | |
| 53 | | | 2 | 0,566 | | | | |
| 54 | | | 3 | 0,600 | | <-Varianta optima | | |
| 55 | | | | | | | | |
| 56 | Criteriul MAXIMIN (Prudentei maxime) | | | | | | | |
| 57 | | | | | | | | |
| 58 | | | Varianta | Utilitatea minima | | | | |
| 59 | | | 1 | 0,277 | | | | |
| 60 | | | 2 | 0,428 | | <-Varianta optima | | |
| 61 | | | 3 | 0,425 | | | | |
| 62 | | | | | | | | |
| 63 | Criteriul lui Hurwitz (Criteriul optimismului cunoscut) | | | | | | | |
| 64 | | | | | | | | |
| 65 | | Coeficientul de optimism | | 0,7 | | | | |
| 66 | | | | | | | | |
| 67 | | | Varianta | Utilitatea corijata | | | | |
| 68 | | | 1 | 0,363 | | | | |
| 69 | | | 2 | 0,525 | | | | |
| 70 | | | 3 | 0,548 | | <-Varianta optima | | |
| 71 | | | | | | | | |
| 72 | Criteriul lui SAVAGE (Criteriul regretului minim) | | | | | | | |
| 73 | | | | | | | | |
| 74 | Matricea regretelor | | | | | | | |
| 75 | Varianta | Pesimista | Normala | Optimista | | | | |
| 76 | 1 | 0,323 | 0,186 | 0,028 | | | | |
| 77 | 2 | 0,034 | 0,048 | 0,000 | | | | |
| 78 | 3 | 0,000 | 0,000 | 0,003 | | | | |
| 79 | | | | | | | | |
| 80 | Matricea regretelor maxime | | | | | | | |
| 81 | | | Varianta | Regret maxim | | | | |
| 82 | | | 1 | 0,323 | | | | |
| 83 | | | 2 | 0,048 | | | | |
| 84 | | | 3 | 0,003 | | <-Varianta optima | | |
| 85 | | | | | | | | |

Fig. 13.3 Decizii în condiții de incertitudine

contrar, nu afișează nimic.

Pentru luarea deciziei folosind **criteriul MAXIMIN**, se procedează similar, diferența constând în folosirea formulei pentru aflarea valorii minime. În celula D59 vom avea $D59 = \text{MIN}(B41:F41)$.

Criteriul lui Hurwicz necesită un coeficient de optimism pentru calcularea valorilor care vor fundamenta decizia. Acest coeficient se trece în celula D65. Valorile din tabel se calculează în același mod, explicat la rezolvarea manuală. Formula folosită în Excel pentru celula D68 este:

$D68 = \$D\$65 * \text{MAX}(B41:F41) + (1 - \$D\$65) * \text{MIN}(B41:F41)$. Valoarea optimă se găsește folosind aceeași formulă din coloana F, prezentată la criteriul MAXIMAX.

Pentru luarea deciziei folosind **criteriul regretelor minime**, trebuie calculată matricea regretelor (vezi figura 13.3). Din valoarea maximă de pe fiecare linie se scad celelalte valori. Pentru celula B76 vom avea următoarea formulă: $B76 = \text{MAX}(B\$41:B\$43) - B41$. Analog se găsesc valorile și celorlalte regrete. În celulele D82:D84 se trec regretele maxime de pe fiecare linie. Pentru celula D82 folosim formula $D82 = \text{MAX}(B76:F76)$. Valoarea optimă se găsește introducând în celulele din coloana F următoarea formulă:

$$F82 = \text{IF}(D82 = \text{MIN}(D82:D84); "<-Varianta optima"; "")$$

Luarea deciziilor în condiții de risc este prezentată în figura 13.4:

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|----|------------------------------------|---|-----------------|-------------------|---|-------------------|---|---|
| 86 | Decizii în condiții de risc | | | | | | | |
| 87 | | | | | | | | |
| 88 | | | Varianta | Utilitatea | | | | |
| 89 | | | 1 | 0,163 | | | | |
| 90 | | | 2 | 0,255 | | | | |
| 91 | | | 3 | 0,265 | | <-Varianta optima | | |
| 92 | | | | | | | | |
| 93 | | | | | | | | |

Fig 13.4 Decizii în condiții de risc

Pentru calcularea valorilor din celulele D89:D91, se folosesc probabilitățile de apariție a celor 3 stări – date în enunțul problemei, și notate în ultima linie din matricea sumelor (vezi fig. 13.2). Se vor însuma produsurile dintre valorile corespunzătoare fiecărei stări și probabilitățile de apariție a stărilor. Formula folosită pentru celula D89 este $D89 = \$B\$44 * B41 + \$D\$44 * E41 + \$F\$44 * F41$. Această formulă se va copia și în celulele D90:D91. Varianta optimă se găsește folosind formula prezentată pentru coloana F, la criteriul MAXIMAX. Astfel formula pentru F89 este:

=IF(D89=MAX(D\$89:D\$91);"<-Varianta optima";"").



13.3 Aplicații

1. O sculă așchietoare se poate proiecta în trei variante (S_1 , S_2 și S_3). Fiecare variantă poate fi apreciată pe baza a două criterii tehnologice: X_1 = durabilitatea economică a sculei (minute) și X_2 = productivitatea sculei (mm^3/sec). Datele problemei sunt cuprinse în tabelul de mai jos. Se cere soluția optimă de proiectare a sculei urmărind obținerea unei durabilități și productivități maxime.

| Varianta | Consecința | |
|------------------------|------------|-------|
| | X_1 | X_2 |
| S_1 | 135 | 315 |
| S_2 | 160 | 270 |
| S_3 | 90 | 450 |
| Coef.importantă | 0,4 | 0,6 |

2. Rezolvați problema de mai sus atunci când coeficienții de importanță sunt: $k_1=0,3$ și $k_2=0,7$.
3. Există patru variante de proiectare a unei scule așchietoare. Fiecare variantă este analizată prin prisma a două criterii: X_1 – durata de realizare a proiectului [ore] și X_2 – durata de realizare din punct de vedere tehnologic [ore]. Datele problemei sunt cuprinse în tabelul de mai jos. Se cere soluția optimă de proiectare a sculei urmărind minimizarea duratelor de proiectare și realizare.

| Varianta | Consecința | |
|------------------------|------------|-------|
| | X_1 | X_2 |
| S_1 | 90 | 19 |
| S_2 | 70 | 35 |
| S_3 | 120 | 25 |
| Coef.importantă | 0,4 | 0,6 |

4. Să se rezolve problema de mai sus, știind că datele problemei sunt cele din tabelul alăturat.

| Varianta | Consecința | |
|------------------------|------------|-------|
| | X_1 | X_2 |
| S_1 | 135 | 28.5 |
| S_2 | 105 | 52.5 |
| S_3 | 180 | 37.5 |
| Coef.importantă | 0,7 | 0,3 |

5. Un dispozitiv de prelucrare poate fi realizat în trei variante (D_1 , D_2 , D_3 și D_4). Dispozitivele sunt analizate prin prisma a trei criterii (X_1 , X_2 și X_3), respectiv: X_1 - productivitatea dispozitivului

(nr.piese/oră), X_2 - complexitatea dispozitivului (ore convenționale/dispozitiv) și X_3 – ușurința în exploatare. Datele problemei sunt cuprinse în tabelul de mai jos. Care este dispozitivul ce trebuie ales știind că se dorește maximizarea productivității și ușurinței în manipulare, precum și minimizarea complexității dispozitivului.

| Varianta de dispozitiv | Consecința | | |
|------------------------|------------|-------|----------------|
| | X_1 | X_2 | X_3 |
| D_1 | 66 | 380 | Ușor |
| D_2 | 132 | 650 | Dificil |
| D_3 | 106 | 500 | Foarte dificil |
| D_4 | 91 | 450 | Foarte ușor |
| Coef.importantă | 0,5 | 0,3 | 0,2 |

6. Să se rezolve problema 5 știind că datele problemei sunt date în tabelul următor.

| Varianta de dispozitiv | Consecința | | |
|------------------------|------------|-------|----------------|
| | X_1 | X_2 | X_3 |
| D_1 | 77 | 320 | Ușor |
| D_2 | 154 | 540 | Dificil |
| D_3 | 123 | 430 | Foarte ușor |
| D_4 | 106 | 380 | Foarte dificil |
| Coef.importantă | 0,4 | 0,3 | 0,2 |

7. Să se rezolve problema 5 știind că datele problemei sunt date în tabelul următor.

| Varianta de dispozitiv | Consecința | | |
|------------------------|------------|-------|----------------|
| | X_1 | X_2 | X_3 |
| D_1 | 288 | 768 | Dificil |
| D_2 | 252 | 1296 | Ușor |
| D_3 | 180 | 1032 | Foarte ușor |
| D_4 | 216 | 912 | Foarte dificil |
| Coef.importantă | 0,3 | 0,3 | 0,4 |

8. Să se rezolve problema 5 știind că datele problemei sunt date în tabelul următor.

| Varianta de dispozitiv | Consecința | | |
|------------------------|------------|-------|----------------|
| | X_1 | X_2 | X_3 |
| D_1 | 70 | 25 | Foarte Dificil |
| D_2 | 105 | 30 | Foarte ușor |
| D_3 | 120 | 20 | Ușor |
| D_4 | 85 | 35 | Dificil |
| Coef.importantă | 0,3 | 0,2 | 0,5 |

9. Un produs se poate realiza prin patru variante de procese tehnologice. (V_1 , V_2 , V_3 și V_4). Aceste procese se pot aprecia pe baza a trei criterii de apreciere:

- X_1 = complexitatea echipamentului tehnologic (mii lei);
- X_2 = volumul manoperei (sute de ore convenționale) și
- X_3 = numărul de mașini-unelte utilizate (buc.)

Fiecărui criteriu i s-a asociat un coeficient de importanță k_i , $i=1,3$ astfel $k_1=0,4$, $k_2=0,3$ și $k_3=0,3$. Aplicând criteriile decizionale MAXIMAX, MAXIMIN, Hurwicz ($\alpha=0,6$) și Regretelor minime, stabiliți soluția optimă cunoscând că se dorește minimizarea complexității echipamentului tehnologic, volumul manoperei și a numărului de mașini unelte utilizate.

| Varianta | Starea naturii N_1 | | | Starea naturii N_2 | | |
|----------|----------------------|-------|-------|----------------------|-------|-------|
| | Consecințe | | | Consecințe | | |
| | X_1 | X_2 | X_3 | X_1 | X_2 | X_3 |
| V_1 | 60 | 40 | 36 | 74 | 40 | 25 |
| V_2 | 67 | 34 | 40 | 80 | 33 | 22 |
| V_3 | 70 | 24 | 33 | 86 | 38 | 14 |
| V_4 | 55 | 48 | 42 | 70 | 57 | 32 |

10. Să se rezolve problema 9 știind că datele problemei sunt cele din tabelul următor iar $k_1=0,3$, $k_2=0,4$, $k_3=0,3$ și $\alpha=0,7$.

| Varianta | Starea naturii N_1 | | | Starea naturii N_2 | | |
|----------|----------------------|-------|-------|----------------------|-------|-------|
| | Consecințe | | | Consecințe | | |
| | X_1 | X_2 | X_3 | X_1 | X_2 | X_3 |
| V_1 | 50 | 40 | 30 | 60 | 44 | 21 |
| V_2 | 55 | 35 | 33 | 65 | 36 | 18 |
| V_3 | 44 | 50 | 35 | 57 | 62 | 27 |
| V_4 | 57 | 25 | 27 | 70 | 42 | 12 |

11. Să se rezolve problema 9 știind că datele problemei sunt cele din tabelul următor iar $k_1=0,3$, $k_2=0,3$, $k_3=0,4$ și $\alpha=0,8$.

| Varianta | Starea naturii N_1 | | | Starea naturii N_2 | | |
|----------|----------------------|-------|-------|----------------------|-------|-------|
| | Consecințe | | | Consecințe | | |
| | X_1 | X_2 | X_3 | X_1 | X_2 | X_3 |
| V_1 | 30 | 44 | 48 | 40 | 43 | 37 |
| V_2 | 37 | 30 | 46 | 45 | 25 | 25 |
| V_3 | 39 | 22 | 37 | 48 | 29 | 16 |
| V_4 | 34 | 35 | 42 | 42 | 30 | 29 |

12. Să se rezolve problema 9 știind că datele problemei sunt cele din tabelul următor iar $k_1=0,5$, $k_2=0,2$, $k_3=0,3$ și $\alpha=0,6$.

| Varianta | Starea naturii N ₁ | | | Starea naturii N ₂ | | |
|----------------|-------------------------------|----------------|----------------|-------------------------------|----------------|----------------|
| | Consecințe | | | Consecințe | | |
| | X ₁ | X ₂ | X ₃ | X ₁ | X ₂ | X ₃ |
| V ₁ | 65 | 44 | 50 | 59 | 44 | 30 |
| V ₂ | 50 | 71 | 57 | 57 | 62 | 39 |
| V ₃ | 67 | 37 | 55 | 65 | 36 | 26 |
| V ₄ | 60 | 49 | 46 | 70 | 41 | 17 |

13. Un proces tehnologic se poate realiza în cinci variante (V₁, V₂, V₃, V₄ și V₅). Fiecare variantă se poate analiza pe baza a două criterii tehnologice X₁ și X₂, unde X₁=numărul de mașini-unelte ocupate (buc.), și X₂=complexitatea echipamentului aferent (mii lei), cărora le corespund coeficienții de importanță k₁=0,4 și k₂=0,6. Datorită condițiilor care pot apare există două stări ale naturii N₁ și N₂ ale căror probabilități de apariție sunt p₁=0,7 și p₂=0,3. Datele problemei sunt cele din tabelul de mai jos. Se cere soluția optimă, obiectivele urmărite fiind minimizarea numărului de mașini unelte ocupate și a complexității echipamentului tehnologic.

| Variante | Starea Naturii N ₁ | | Starea Naturii N ₂ | |
|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|
| | Consecințe | | Consecințe | |
| | X ₁ | X ₂ | X ₁ | X ₂ |
| V ₁ | 27 | 24 | 34 | 28 |
| V ₂ | 30 | 18 | 32 | 31 |
| V ₃ | 26 | 25 | 30 | 37 |
| V ₄ | 23 | 33 | 27 | 43 |
| V ₅ | 20 | 27 | 25 | 40 |

14. Un proces tehnologic poate fi realizat în cinci variante (V₁, V₂, V₃, V₄ și V₅). Procesul este analizat prin prisma următoarelor criterii tehnologice: X₁=complexitatea echipamentului tehnologic (mii lei) și X₂=volumul manoperei (sute de ore convenționale), fiecare cu coeficientul de importanță k₁=0,3 și k₂=0,7. Probabilitățile de apariție a stărilor naturii sunt p₁=0,6 și p₂=0,4. Celelalte date ale problemei sunt cuprinse în tabelul următor.

| Variante | Starea Naturii N ₁ | | Starea Naturii N ₂ | |
|----------------|-------------------------------|----------------|-------------------------------|----------------|
| | Consecințe | | Consecințe | |
| | X ₁ | X ₂ | X ₁ | X ₂ |
| V ₁ | 30 | 36 | 36 | 44 |
| V ₂ | 32 | 27 | 35 | 48 |
| V ₃ | 28 | 39 | 32 | 57 |
| V ₄ | 25 | 50 | 29 | 66 |
| V ₅ | 22 | 41 | 26 | 62 |

15. Un produs se poate realiza prin cinci variante de procese tehnologice. (V_1 , V_2 , V_3 , V_4 și V_5). Aceste procese se pot aprecia pe baza a trei criterii de apreciere:

- X_1 = complexitatea echipamentului tehnologic (mii lei);
- X_2 = volumul manoperei (sute de ore convenționale) și
- X_3 = numărul de mașini-unelte utilizate (buc.)

Fiecărui criteriu i s-a asociat un coeficient de importanță k_i , $i=1,3$ astfel $k_1=0,4$, $k_2=0,3$ și $k_3=0,3$. Aplicând criteriile decizionale MAXIMAX, MAXIMIN, Hurwicz ($\alpha=0,8$) și Criteriul Regretelor minime stabiliți soluția optimă cunoscând că deciziile procesului decizional sunt minimizarea complexității echipamentului tehnologic, volumul manoperei și a numărului de mașini unelte utilizate.

| Variante | Starea Naturii N_1 | | | Starea Naturii N_2 | | |
|----------|-------------------------|-------|-------|-------------------------|-------|-------|
| | Consecințe | | | Consecințe | | |
| | X_1 | X_2 | X_3 | X_1 | X_2 | X_3 |
| V_1 | 625 | 70 | 345 | 575 | 425 | 210 |
| V_2 | 650 | 60 | 375 | 625 | 350 | 180 |
| V_3 | 575 | 80 | 315 | 675 | 400 | 120 |
| V_4 | 475 | 115 | 390 | 550 | 600 | 270 |
| V_5 | 775 | 450 | 750 | 725 | 525 | 375 |

16. Rezolvați problema anterioară și în situația în care datele problemei sunt cele din tabelul următor iar coeficienții de importanță sunt: $k_1=0,3$; $k_2=0,4$; $k_3=0,3$ și $k_4=0,6$.

| Variante | Starea Naturii N_1 | | | Starea Naturii N_2 | | |
|----------|-------------------------|-------|-------|-------------------------|-------|-------|
| | Consecințe | | | Consecințe | | |
| | X_1 | X_2 | X_3 | X_1 | X_2 | X_3 |
| V_1 | 375 | 280 | 690 | 345 | 255 | 420 |
| V_2 | 390 | 240 | 750 | 375 | 210 | 360 |
| V_3 | 345 | 320 | 630 | 405 | 240 | 240 |
| V_4 | 285 | 460 | 780 | 330 | 360 | 540 |
| V_5 | 465 | 270 | 450 | 435 | 315 | 225 |